

Nom et Prénom : MOHAMMED HANAKI

Date de soutenance : 05/10/2024

Directeur de Thèse : SFOULI HASSAN

Sujet de thèse :

Analyse Mathématique et Numérique d'un Modèle en Deux Étapes de la Digestion Anaérobie

Résumé:

Cette thèse porte sur l'analyse mathématique de différents modèles de la digestion anaérobie. Dans la première partie, nous étudions un modèle à quatre étapes avec dégradation enzymatique du substrat (matière organique) qui peut être sous forme solide. Nous étudions l'effet de l'hydrolyse sur le comportement du processus de la digestion anaérobie et de la production du biogaz (méthane et hydrogène). Nous considérons, dans un premier modèle, que l'hydrolyse se fait d'une manière enzymatique, alors que dans un second, nous supposons qu'elle est réalisée par un compartiment microbien. Les modèles considérés incluent l'inhibition de croissance des bactéries acétogènes, méthanogènes hydrogénéotrophes et acétoclastes par plusieurs substrats. Pour étudier l'effet de ces inhibitions en présence de l'étape de l'hydrolyse, nous étudions dans un premier temps un modèle sans inhibition. Nous déterminons les équilibres et nous donnons des conditions nécessaires et suffisantes pour leur stabilité. L'existence et la stabilité des équilibres sont illustrées avec des diagrammes opératoires. Nous montrons que le modèle avec hydrolyse enzymatique change la production du méthane et d'hydrogène. En outre, l'introduction du compartiment hydrolytique microbien donne de nouveaux équilibres et affecte les régions de stabilité. Nous prouvons que la production de biogaz est maximale en un seul point d'équilibre selon les paramètres opératoires et nous déterminons le taux maximal de biogaz produit, dans chaque cas. Dans la deuxième partie, nous nous sommes intéressés à un modèle à deux étapes décrivant les phases de l'hydrolyse et la méthanogénèse. Le modèle représente l'analyse mathématique et numérique d'un modèle de la digestion anaérobie. Dans la première partie, nous étudions mathématiquement un modèle sous forme d'un système différentiel ordinaire de quatre équations, décrivant deux étapes de la dégradation anaérobie (dégradation en absence d'Oxygène) du substrat (matière organique). L'étape d'hydrolyse est la première étape du processus considérée comme une étape limitative de ce procédé en utilisant la fonction de croissance Contois, pour les bactéries responsables de la première étape de dégradation. L'étape de la méthanogénèse est la dernière étape du processus, étant inhibée par le produit de la première réaction (qui est aussi le substrat de la seconde), la vitesse de croissance de Haldane est utilisée pour la seconde étape de la réaction. Le modèle (système différentiel ordinaire) considéré inclut l'inhibition de croissance des bactéries méthanogènes par le substrat. Dans la troisième partie, et pour étudier ce système différentiel, nous déterminons les équilibres en procédant par l'application de la technique de linéarisation pour déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour leur stabilité, et pour valider nos résultats mathématiques, nous allons appliquer une simulation très puissante de notre problème, c'est ce que nous appelons des diagrammes opératoires. Mots clés : Digestion Anaérobie, Analyse des équilibres, Bioréacteurs anaérobies, Digestion anaérobie, Modélisation, Diagrammes opératoires, Taux de mortalité

Abstract:

The objective of this study is to analyze the factors of variation of the taste quality of strawberries given that significant fluctuations in the quality of This PhD thesis deals with the mathematical analysis of different models of anaerobic digestion. In the first part, we study a four-step model with enzymatic degradation of the substrate (organic matter) which can be in solid form. We study the effect of hydrolysis on the behavior of the anaerobic digestion process and the production of biogas (methane and hydrogen). We consider, in a first model, that the hydrolysis is done enzymatically, while in a second one, we assume that it is done by a microbial compartment. The models considered include the inhibition of growth of acetogenic bacteria, hydrogenated methanogens and acetoclasts by several substrates. To study the effect of these inhibitions in the presence of the hydrolysis step, we first study a model without inhibition. We determine the equilibria and give necessary and sufficient conditions for their stability. The existence and the stability of the equilibria are illustrated with operating diagrams. We show that the model with enzymatic hydrolysis changes the production of methane and hydrogen. Furthermore, the introduction of the microbial hydrolytic compartment gives new equilibria and affects the stability regions. We prove that the biogas production is maximal at a single equilibrium point depending on the operating parameters and we determine the maximal rate of biogas produced, in each case. In the second part, we focus on a two-step model describing the phases of hydrolysis and methanogenesis. The model represents the mathematical and numerical analysis of a model of anaerobic digestion. In the first part, we mathematically study a model in the form of an ordinary differential system of four equations, describing two stages of anaerobic degradation (degradation in the absence of Oxygène) of the substrate (organic matter). The hydrolysis step is the first step of the process considered as a limiting step of this process using the Contois growth function, for the bacteria responsible for the first degradation step. The methanogenesis step is the last step of the process, being inhibited by the product of the first reaction (which is also the substrate of the second), the Haldane growth rate is used for the second step of the reaction. The model (ordinary differential system) considered includes the growth inhibition of the methanogenic bacteria by the substrate. In the third part, and to study this differential system, we determine the equilibria by applying the linearization technique and to validate our mathematical results, we will apply a very powerful simulation of our problem, what we call operating diagrams. Keywords : Anaerobic digestion, Equilibrium analysis, Anaerobic bioreactors, Anaerobic digestion, Modelling, Operating diagrams, Mortality rate.